

1

Fach

Mathematik

Autor

Jan Brunner, geschrieben am 26.03.2016, update 12.05.2016, update 24.10.2016, update 20.11.2016

Schultyp

FMS und HMS

Stufe

Abschlussklasse (3.Klasse)

Thema

Formelblatt für Abschlussprüfung

Formelblatt Abschlussprüfung

Potenzen

- $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$

$$a^0 = 1 \quad (0^0 \text{ ist nicht definiert})$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

- Potenzgesetze

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

2. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Logarithmen

- $x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$

- Logarithmusgesetze

1. $\log_a(u) + \log_a(v) = \log_a(u \cdot v)$

2. $\log_a(u) - \log_a(v) = \log_a(u : v)$

3. $n \cdot \log_a(u) = \log_a(u^n)$

- Basiswechsel

$$\log_a(b) = \frac{\log_{10}(b)}{\log_{10}(a)}$$

- $\ln(u) = \log_e(u) \quad (e \approx 2.718)$

$$\text{lb}(u) = \log_2(u)$$

$$\text{lg}(u) = \log_{10}(u)$$

Quadratische Gleichung

- $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Quadratische Funktion

- Normalform: $y = ax^2 + bx + c$
Scheitelpunkt $S\left(\frac{-b}{2a}/c - \frac{b^2}{4a}\right)$

- Scheitelform: $y = a(x - u)^2 + v$
Scheitelpunkt $S(u/v)$

Exponentielles Wachstum

- $y_x = y_0 \cdot a^x$

- $a = 1 \pm \frac{p}{100}$

y_0 : Anfangsbestand

a : Konstanter Wachstumsfaktor („mal a “)

y_x : Bestand beim Zeitpunkt x

p : Änderung in %

Finanzmathematik

- $K_n = K_0 \cdot q^n$ (Zinseszins)

- $S \cdot q^n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ (Schuldtilgung)

- $K_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ (jährliche Zahlung)

- $q = 1 \pm \frac{p}{100}$

p : Zinssatz in %

r : Annuität, Rente

K_0 : Anfangskapital

q : Zinsfaktor

S : Schuld

K_n : Kapital nach n Jahren

Zahlenfolgen

- Geometrisch ($q \neq 0, q \neq 1$)

- Arithmetisch ($d \neq 0$)

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$s_\infty = a_1 \cdot \frac{1}{q - 1} \quad (0 < q < 1)$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

a_n : Zahl an n -ter Stelle

q : Quotient

s_n : Summe der ersten n Zahlen

d : Differenz

Differentialrechen

- $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

- Hochpunkt und Tiefpunkt

$$f'(x) = 0 \text{ und } f''(x) > 0 \Rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f'(x) = 0 \text{ und } f''(x) < 0 \Rightarrow \text{Hochpunkt}$$

Integralrechnen

- $f(x) = x^n \Rightarrow F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}$
- Flächenberechnung (falls $f(x) \geq 0$)

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Wirtschaftsmathematik

- Feste Steuer r bewirkt
 Neue Angebotsfunktion $y_{Ar} = y_A + r$
 Gesamtsteuer $R = r \cdot x$
- Feste Subvention s bewirkt
 Neue Angebotsfunktion $y_{As} = y_A - s$
 Gesamtsubvention: $S = s \cdot x$
- Konsumentenrente $K = \int_a^b y_N dx - x_G \cdot y_G$
- Produzentenrente $P = x_G \cdot y_G - \int_a^b y_A dx$
- $y_E = y_N \cdot x$
- $y_G = y_E - y_K$

x : Absatzmenge y_E : Erlösfunktion (x_G/y_G) : Marktgleichgewicht
 y_A : Angebotsfunktion y_K : Kostenfunktion
 y_N : Nachfragefunktion y_G : Gewinnfunktion

Kombinatorik

- Permutation ($n = k$)
 Alles unterscheidbare Objekte: $n!$
 Nicht unterscheidbare Objekte: $\frac{n!}{m_1! \cdot m_2! \cdot \dots}$

Wähle k aus n	mit Wiederholung	ohne Wiederholung
• Reihenfolge entscheidend	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Reihenfolge nicht entscheidend	$\frac{(n+k-1)!}{k! \cdot (n-1)!}$	$\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Wahrscheinlichkeit

- Wahrscheinlichkeit eines Ereignis E bei einem Laplace-Experiment:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl günstige Fälle}}{\text{Anzahl mögliche Fälle}} = \frac{\text{Anzahl Elemente in } E}{\text{Anzahl Elemente in } \Omega}$$

Statistik

- Mittelwert $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$
- Varianz $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$
- Standardabweichung $s = \sqrt{s^2}$

Geometrie

- Trigonometrie

– Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (\text{Pythagoras})$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

– In jedem Dreieck gilt der Cosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

- Volumen V

$$\text{Kugel: } V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\text{Quader: } V = a \cdot b \cdot c$$

$$\text{Prisma: } V = G \cdot h$$

$$\text{Pyramide: } V = \frac{G \cdot h}{3}$$

- Fläche A

$$\text{Kreis: } A = \pi r^2$$

$$\text{Rechteck: } A = a \cdot b$$

$$\text{Dreieck: } A = \frac{g \cdot h}{2}$$